

- 8.4 Pravděpodobnost, že se poškodí televizor při dopravě, je 0,1. Vypočtete pravděpodobnost, že se v zásilce pěti televizorů při dopravě:
- a) žádný nepoškodil b) aspoň jeden poškodil
- 8.5 Jaká je pravděpodobnost, že při pětinasobném hodu kostkou padne aspoň jednou šestka?

22 STATISTIKA

Dovednosti

1. Správně chápat pojmy statistický soubor, statistická jednotka, statistický znak, absolutní a relativní četnost znaku. Rozumět vztahům:

$$\sum_{j=1}^k n_j = n_1 + n_2 + \dots + n_k = n,$$

kde n_j jsou četnosti pro určitý znak a n je rozsah souboru,

$$\frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j = \frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \dots + \frac{n_k}{n} = 1,$$

kde $\frac{n_j}{n}$ jsou relativní četnosti znaku.

Umět graficky znázornit rozdělení četností spojnicovým diagramem, sloupkovým diagramem a kruhovým diagramem.

2. Aktivně ovládat pojem aritmetický průměr. Umět vypočítat aritmetický průměr ze vztahů:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i; \quad \bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{j=1}^k n_j x_j, \quad \text{kde} \quad \sum_{j=1}^k n_j = n$$

3. Chápat pojem vážený průměr a umět jej použít pro výpočet celkového průměru z průměrů dílčích. Umět využít vážený průměr při řešení úloh o směsích s využitím vztahů:

$$m c = \sum_{i=1}^r m_i c_i, \quad m = \sum_{i=1}^r m_i,$$

kde m udává celkovou hmotnost dané soustavy a c charakteristickou vlastnost, jako je např. cena, teplota, koncentrace apod.

4. Rozumět vzorcům pro výpočet směrodatné odchylky

$$s = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2} = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n x_i^2}{n} - \bar{x}^2}$$

a umět určit tuto odchylku i s využitím statistických funkcí na kalkulačce.

Úlohy

- 1.1 Při zjišťování věku posluchačů jedné studijní skupiny na vysoké škole byly zjištěny tyto hodnoty: 18, 19, 18, 18, 19, 18, 20, 21, 20, 21, 22, 22, 18, 18, 18, 19, 19, 18, 19, 20. Určete rozsah souboru, sestavte tabulku rozdělení četností jednotlivých hodnot znaku „věk“ a určete relativní četnost pro hodnotu 18. Sestrojte odpovídající spojnicový diagram (tzv. polygon četností) rozdělení četností.
- 1.2 Ve třídě s 25 žáky prospělo s vyznamenáním 7 žáků, prospělo 14 žáků, neprospěli 3 žáci, nebyl klasifikován 1 žák. Vypočtete relativní četnosti znaku „prospěch“ a ukažte, že jejich součet je roven jedné. Sestrojte sloupkový diagram (tzv. histogram) rozdělení četností.
- 1.3 V prodejně pánské obuvi zaznamenávali velikosti prodaných párů během dne s tímto výsledkem: 41, 41, 41, 42, 42, 41, 39, 41, 37, 41, 45, 41, 42, 38, 40, 39, 38, 41, 41, 38, 42, 39, 44, 43, 43, 44, 39, 39, 43, 43, 40, 42, 43, 41, 41, 43, 40, 40, 40, 42, 42, 42, 41, 40, 42. Určete rozsah souboru, vypočtete absolutní a relativní četnosti znaku „velikost“. Relativní četnosti vyjádřete také v procentech a ověřte, zda jejich součet činí 100%. Sestrojte sloupkový diagram rozdělení četností.

- 1.4 Rozložení celkového prospěchu ve třídě a ve škole je vyjádřeno těmito údaji:

Zařízení	Počet žáků	Vyznamenání	Prospěli	Neprospěli	Neklasifikováni
Třída	30	8	21	0	1
Škola	203	48	148	4	3

Přepočtete četnosti jednotlivých skupin na relativní hodnoty a porovnejte pomocí nich třídu a školu na spojnicovém diagramu.

- 1.5 Při měření tělesné výšky 200 sedmnáctiletých chlapců byly získány tyto výsledky:

Výška v cm	158-162	163-167	168-172	173-177	178-182	183-187	188-192
Četnosti	9	20	36	82	35	14	4

Sestrojte odpovídající sloupkový diagram rozdělení četností.

- 1.6 Z 360 studentů gymnázia bydlí 240 v místě školy, 90 dojíždí autobusem a 30 vlakem. Sestrojte odpovídající kruhový diagram rozdělení četností.

- 2.1 Rozložení prospěchu žáků třídy v matematice je dáno tabulkou:

Známka	1	2	3	4	5
Počet žáků	8	9	9	4	0

Vypočtete průměrný prospěch třídy v matematice.

- 2.2 Průměrný obsah stříbra v náhodně vybraných vzorcích rudy udává tabulka:

Obsah Ag v %	0-4	4-8	8-12	12-16	16-20	20-24
Počet vzorků	188	75	44	24	13	8

Vypočtete průměrný obsah stříbra v této rudě.

- 2.3 Vypočítejte aritmetický průměr čísel x_1, x_2, \dots, x_{15} , jestliže se číslo 2 vyskytuje mezi nimi pětkrát, číslo 7 osmkrát a čísla 10 a 12 jednou.

- 2.4 Tabulka uvádí roční příjmy 30 podnikatelů s rozdělením četností.

Roční příjem	200 000	300 000	400 000	500 000	750 000
Četnost	9	8	8	4	1

Vypočtete průměrný roční příjem podnikatelů.

- 2.5 Průměrný výnos žita z 1 ha pozemku v podhorské oblasti je na pozemku 1. druhu 22 q, na pozemku 2. druhu 21 q a na pozemku 3. druhu 20 q.
- Určete průměrný výnos ze všech tří pozemků, mají-li stejnou rozlohu.
 - Jaký bude průměrný výnos, je-li pozemků 1. druhu 150 ha, 2. druhu 80 ha a 3. druhu 20 ha?

- 3.1 Při přípravě čajové směsi bylo smícháno 5 kg čaje v ceně 150 Kč za kilogram a 15 kg čaje v ceně 90 Kč za kilogram. Jaká bude cena 1 kg směsi?

- 3.2 Jaká bude výsledná koncentrace kyseliny sírové, při jejíž přípravě bylo použito 8 kg 18% kyseliny a 2 kg 96% kyseliny?

- 3.3 Bylo smícháno 5 kg vody teplé 20°C, 8 kg vody teplé 40°C a 7 kg vody teplé 80°C. Určete výslednou teplotu vody.

- 3.4 Při střelecké soutěži byl v kategorii dívek s 30 účastnicemi průměrný nástřel 52 bodů a v kategorii chlapců s 20 účastníky 36 bodů. Jaký byl průměrný nástřel účastníka soutěže?

- 3.5 Ve třídě je 8 žáků zařazeno do volitelného předmětu informatika, 10 do cvičení z biologie a 14 do anglické konverzace. Průměrný prospěch v informatice byl 1,60, ve cvičení z biologie 1,40 a v anglické konverzaci 1,20. Jaký je průměrný prospěch třídy ve volitelných předmětech?

- 4.1 Na 10 pokusných polích sledovali hektarový výnos pšenice s těmito výsledky (v metrických centech na hektar):

45,6 46,2 48,9 50,1 52,3 49,3 40,1 45,0 46,7 42,8

Určete aritmetický průměr a směrodatnou odchylku této veličiny.

- 4.2 Určete aritmetický průměr a směrodatnou odchylku délky x , jsou-li naměřené délkové hodnoty x_i a jejich četnosti n_i dány tabulkou:

x_i	4,7	4,8	4,9	5,0	5,1	5,2	5,3
n_i	4	7	7	13	10	5	4

- 4.3 Tabulka uvádí rozdělení denní dojivosti krav v litrech. Vypočtete průměrnou dojivost a směrodatnou odchylku.

Dojivost za 1 den	0-2	2-4	4-6	6-8	8-10	10-12
Počet krav	5	8	15	30	25	17

- 4.4 Určete v procentech průměrný obsah AgBr ve fotografických roztocích a vypočítejte směrodatnou odchylku. Obsah AgBr v 8 kontrolních roztocích uvádí tabulka:

Číslo roztoku	1	2	3	4	5	6	7	8
Obsah AgBr v %	38,25	40,42	40,35	38,62	37,10	40,55	37,23	39,84

- 4.5 Skupina 20 studentů odpracovala o prázdninách na lesní brigádě 3 160 hodin. Rozdělení hodin uvádí tabulka:

Počet odpracovaných hodin	100	140	160	180	190
Počet studentů	3	4	4	5	4

Vypočtete aritmetický průměr a směrodatnou odchylku.

23 DERIVACE FUNKCE

Dovednosti

1. Chápat pojem limita funkce v bodě a ovládat výpočet jednoduchých limit.
2. Na základě daného grafu funkce umět odhadnout limity v nevlastních bodech a nevlastní limity v bodech, v nichž funkce není definována.
3. Znáť z paměti derivace elementárních funkcí a vzorce pro derivaci součtu, rozdílu, součinu a podílu dvou funkcí.
4. Umět derivovat jednodušší složené funkce.
5. Chápat základní geometrickou a fyzikální interpretaci derivace.
6. Umět určit intervaly monotónnosti a lokální extrémy funkce.
7. Umět vyšetřit průběh jednodušších algebraických funkcí s využitím následujících charakteristik:
 - a) definiční obor
 - b) sudá, popř. lichá funkce
 - c) průsečíky s osami
 - d) lokální extrémy a intervaly monotónnosti
 - e) limity v nevlastních bodech
 - f) obor hodnot
 - g) graf
8. Umět řešit jednoduché slovní úlohy, ve kterých se požaduje nalezení extrému funkce.

Úlohy

1.1 Vypočtete v bodech $x_0 = -1, 0, 1$:

a) $\lim_{x \rightarrow x_0} (2x + 3)$

b) $\lim_{x \rightarrow x_0} (x^2 - 2x + 3)$

c) $\lim_{x \rightarrow x_0} \frac{2x + 3}{3x - 2}$